



17 ноября 2016

№ 219-22/09

### ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

*на диссертационную работу Зенюка Дмитрия Алексеевича «Моделирование фрактальной динамики и идентификация стохастических дифференциальных уравнений в задачах анализа нестационарных временных рядов», представленную к защите в Диссертационном Совете Д 002.024.03 при Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 - математическое моделирование, численные методы и комплексы программ*

#### **Актуальность темы диссертационной работы**

Для исследования сложных динамических процессов, например, в экономике или телекоммуникациях, необходимо модифицировать существующие и разрабатывать новые методы и методики оценки параметров для повышения точности расчета и прогноза. Многие реальные явления показывают ограниченные или статистические фрактальные свойства или фрактальные размерности, которые могут быть оценены из выборки данных. В связи с этим значимой остается проблема детального исследования и анализа нестационарных временных рядов, оценка выборочных характеристик и дальнейшее пошаговое прогнозирование. В том числе актуальной является задача разработки методов построения уравнений эволюции выборочных характеристик случайных процессов в пространствах дробной размерности и создание соответствующих вычислительных алгоритмов и комплекса программ. Изложенное определяет также значимость выбранного направления исследований для разработки теоретических основ и применения математического моделирования, численных методов и комплексов программ для решения научных, фундаментальных и прикладных проблем. Поэтому считаю, что тема диссертационной работы Зенюка Д.А., а именно, моделирование фрактальной динамики и идентификация стохастических дифференциальных уравнений в задачах анализа нестационарных временных рядов, является несомненно актуальной и соответствует

специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

### **Характеристика содержания диссертационной работы**

Диссертация Д.А. Зенюка посвящена разработке метода построения уравнений эволюции выборочных характеристик случайных процессов в пространствах дробной размерности и созданию соответствующего вычислительного алгоритма и комплекса программ. Работая над этой проблемой, диссертант выяснил, что для многих нестационарных временных рядов функции распределения как интегралы типа Римана-Лиувилля не имеют монотонного поведения как функции верхнего предела. Таким образом, возникла задача нахождения достаточных условий, при которых эмпирические распределения могли бы быть представлены в указанном виде. Кроме того, следовало разработать методику оценки параметров эмпирического уравнения эволюции по значениям временного ряда, представляющим результаты наблюдений за случайным процессом. Предложенные в рецензируемой работе методы решения этих задач оказались оригинальны, а полученные результаты представляют большой практический интерес.

Ниже дана краткая характеристика диссертационной работы, которая включает введение, три главы с детальным изложением основных результатов работы, заключение, список литературы и приложение, содержащее используемые в диссертационной работе специальные функции.

В первой главе делается достаточно подробный обзор математических результатов в области дробного дифференцирования и интегрирования, приведены иллюстрирующие примеры практических приложений таких уравнений. Также автор показал, что в области кинетической теории формальное использование уравнений с дробными производными может привести к нарушению вероятностной интерпретации получаемых результатов. Важным результатом является то, что удалось сформулировать простые достаточные условия на выборочную функцию распределения и на ее плотность, в виде монотонности плотности распределения, при которых дробные производные или интегралы сохраняют вероятностный смысл. В то же время наличие примеров, когда такой смысл отсутствует, например, когда плотность вероятности становится отрицательной или функция распределения оказывается немонотонной, показывает, что усиление полученного достаточного условия может стать весьма труднодостижимой целью. Во всяком случае, многие эмпирические распределения случайных величин не обладают указанным достаточным свойством, в результате чего требуется найти способ, позволяющий корректно анализировать эволюцию их выборочных распределений.

Во второй главе автор строит метод, позволяющий преодолеть обнаруженные сложности. Этот метод основан не на уравнении эволюции плотности вероятности или гистограммы в дискретном ее представлении, а на уравнении эволюции выборочных квантилей функции распределения,

для решения которого необходимо было определить соответствующие граничные условия. Квантильное уравнение эволюции применительно к выборочным функциям распределения и представляет основной результат второй главы.

В третьей главе автор разработал метод идентификации параметров квантильного уравнения эволюции по имеющимся выборкам значений временного ряда. В частности, находятся параметры сноса, диффузии и величины дробного дифференцирования, для которых кинетическая модель порождает траектории, наиболее близкие к наблюдающимся на практике.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

### **Новизна исследований и полученных результатов**

В диссертации предложена схема численной реализации случайного блуждания на регулярных фрактальных множествах, которые могут быть описаны с помощью систем итерированных сжимающих отображений. Основным достоинством метода, по сравнению с известными ранее результатами, является получение выборочных траекторий соответствующего случайного блуждания.

В диссертации получены результаты численного моделирования на примерах различных случайных процессов, проведено сравнение с традиционно применяемыми в аналогичных ситуациях моделями типа авторегрессии и скользящего среднего. Показано, что в ряде случаев, когда показатель дробной производной существенно отличен от натурального числа, предложенный автором метод прогнозирования траектории случайного процесса более точный, чем дают известные модели, не использующие аппарат дробного дифференцирования.

В целом проведенное в диссертации исследование, с точки зрения научной новизны, дает достаточно полное представление о методах дробного дифференцирования, которые могут быть использованы в прикладной математической статистике при моделировании эволюции выборочных распределений нестационарных временных рядов.

### **Теоретическая и практическая значимость**

С помощью аппарата классического анализа получены достаточные условия, накладываемые на дробные аналоги функций плотности. В отличие от известных работ, разработан подход к определению случайного блуждания на детерминированных фрактальных множествах в терминах случайных последовательностей и численная схема, позволяющая получать выборочные траектории этого блуждания. Предложена модель эволюции эмпирических квантилей функции распределения временного ряда, использующая производные дробного порядка, накладывающая минимальные ограничения на характеристики ряда.

Практическая ценность диссертационной работы заключается в возможности использования полученных результатов, а именно,

аналитических формул и математических моделей, а также разработанного на их основе программного обеспечения, для анализа различных систем, эволюция которых описывается временными рядами. Предложенные в диссертации численные схемы и комплекс программ могут быть использованы для автоматизации анализа временных рядов.

### **Степень обоснованности и достоверности научных выводов**

Степень достоверности результатов проведенных исследований подтверждается строгим математическим анализом с использованием методов статистического анализа временных рядов, методов классического и дробного анализа, аналитических и численных методов анализа уравнений с дробными производными. Совпадение полученных результатов с известными исследованиями других авторов в ряде частных случаев и близость предсказаний предложенных моделей к результатам натуральных измерений и результатам моделирования является дополнительным подтверждением достоверности и обоснованности используемых в работе подходов и методов.

### **Недостатки работы**

1. Литературный обзор по теме диссертационной работы выполнен в объеме, достаточном для обоснования актуальности темы и новизны полученных автором научных результатов, список ссылок на работы отечественных авторов, и на зарубежные источники за последние пять лет мог быть расширен.
2. В диссертации рассматриваются в основном аспекты анализа рядов данных, связанные с финансово-экономическими задачами, и отсутствуют примеры применения аппарата временных рядов к физическим системам с памятью или к задачам, в которых использование фрактальной динамики более очевидно – например, при течении жидкости в пористых средах и для прочих упоминаемых автором задач аномальной диффузии.
3. Визуализация вычислительных экспериментов по идентификации параметров квантильных кинетических уравнений в виде построения соответствующих гистограмм выполнена недостаточно четко, т.е. из рисунков не очевидно, какой именно параметр анализируется и чему равны его наиболее вероятные оценки.
4. В диссертации и в автореферате имеются недостатки редакционного характера. Отсутствует список обозначений, что затрудняет чтение диссертационной работы.

Отмеченные недостатки не снижают научную ценность полученных в работе результатов.

### **Заключение**

Диссертация Зенюка Д. А. является законченной научно-квалификационной работой, выполнена на высоком научном уровне и содержит решение важной и сложной задачи, связанной с изучением статистических свойств выборочных распределений нестационарных

временных рядов. Результаты диссертации Д.А. Зенюка полно представлены в его публикациях и правильно отражены в автореферате.

Считаю, что диссертационная работа «Моделирование фрактальной динамики и идентификация стохастических дифференциальных уравнений в задачах анализа нестационарных временных рядов» соответствует критериям, установленным «Положением о порядке присуждения степеней» ВАК, и удовлетворяет всем требованиям положения, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 - математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, а ее автор – Зенюк Дмитрий Алексеевич – достоин присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по этой специальности.

« 14 » ноября 2016 г.

Официальный оппонент,  
доцент кафедры прикладной информатики  
и теории вероятностей РУДН,  
кандидат физико-математических наук  
по специальности 05.13.17 –  
«Теоретические основы информатики»,  
доцент



Зарипова Э.Р.

Подпись Зариповой Эльвиры Ринатовны  
заверяю:

Ученый секретарь  
ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов»,  
доктор физико-математических наук,  
профессор



Савчин В.М.

Отзыв составил официальный оппонент  
Зарипова Эльвира Ринатовна,  
доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей  
Федерального государственного автономного образовательного  
учреждения высшего образования «Российский университет дружбы  
народов» (ФГАОУ ВО РУДН)

Адрес: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Тел.: +7 (495) 955 0999

E-mail: ezarip@sci.pfu.edu.ru