

Отзыв

официального оппонента на диссертацию Родионова А.В.

**«Разработка методов и программ для численного моделирования
неравновесных сверхзвуковых течений в приложении
к аэрокосмическим и астрофизическим задачам»,**

представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – *«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»*

Методы расчета сложных сверхзвуковых течений являлись одним из наиболее развитых инструментов исследований в период конца 20-го и начала 21-го веков. «Маршевые» расчетные программы применялись на всех этапах технологического цикла создания сверхзвуковых летательных аппаратов, так как обладали высоким быстродействием и требовали незначительных ресурсов оперативной памяти ЭВМ. Во многих случаях для проведения расчетов хватало рабочих станций средней мощности. Нельзя сказать, что мощные компьютерные системы полностью отсутствовали. Они имелись в некоторых организациях, например в Институте Космических Исследований, но доступ к ним был крайне ограничен. Это приводило к «тупику», обусловленному невозможностью реализации на практике многих разработок, связанных с интегрированием системы уравнений Навье-Стокса в нестационарной постановке, особенно в случае наличия неравновесных химических реакций. Представленная диссертация отражает поиск автором научных и технических решений, позволивших плодотворно работать в непростых условиях переходного периода и имеющих научную и практическую ценность в наши дни.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Каждая глава содержит промежуточные выводы. Она включает в себя 299 страниц текста и иллюстрационного материала. Список литературы

содержит 261 наименование, включая 48 ссылок на публикации автора в печатных изданиях, рекомендованных ВАК (из них 14 без соавторов), 21 публикацию в трудах конференций и 4 препринта.

Во введении автор указывает, что диссертация посвящена развитию методов сквозного счета и созданию на их основе расчетных программ, а также проведению цикла научных и прикладных исследований сверхзвуковых течений совершенного и неравновесных газов. В диссертации изложены достижения автора за тридцатилетний период.

Актуальность работы обосновывается необходимостью решения прикладных задач, в которых реализуются течения газов со сверхзвуковыми скоростями при условии образования газодинамических разрывов – ударных волн и контактных поверхностей. Указывается, что при построении методов сквозного счета основное внимание уделяется обеспечению небольшого размывания разрывов на расчетной сетке и уменьшению нефизических осцилляций решения. При этом критерий отсутствия осцилляций накладывает определенные ограничения на использование схем повышенного порядка аппроксимации. Особо отмечается вклад С.К. Годунова и В.П. Колгана в создание универсальной схемы сквозного счета, имеющей второй порядок аппроксимации по пространству. Упоминаются работы в ЦИАМ, ИПМ им. М.В. Келдыша и ЦАГИ по созданию схем второго порядка не только по пространству, но и по времени. Отмечены работы в этом направлении зарубежных авторов, например Ван Лира.

Значительное внимание уделено анализу точности существующих методов. Дана подборка литературы, которая помогла автору провести детальное сопоставление и тестирование популярных методов. Это, прежде всего, схемы типа MUSCL, PPM, ENO, WENO, MP, ADER, КАБАРЕ, PMГ. При этом указано достойное место предложенной автором в 1985 году схемы

Годунова-Колгана-Родионова (или схемы ГКР) и ее очевидные преимущества.

Отмечено, что схемы типа Годунова имеют изъяны, среди которых феномен «карбункула» является наиболее значительным. Разработан эффективный и универсальный подход к решению указанной проблемы путем введения и настройки искусственной вязкости.

В качестве основного вектора приложения усилий указаны задачи численного моделирования течений с физико-химическими процессами. Среди таких задач выделяется проблема моделирования струй, истекающих из ракетных двигателей в атмосферу на различных этапах полета летательного аппарата. Отмечается, что детальная информация о составе и состоянии продуктов сгорания оказывается необходимой при решении ряда прикладных задач, связанных с экологией атмосферы.

Отдельно затронут вопрос моделирования атмосферы реальных комет. Указано, что проблема важна для подготовки космических полетов в будущем.

В заключение приведена обобщающая информация, позволяющая судить о целях и задачах диссертации, методах исследования, научной новизне, а также основных положениях диссертации, выносимых на защиту.

В первой главе приведены базовые элементы численного метода и принципы построения программ. Глава состоит из четырех разделов и промежуточных выводов.

В первом разделе выписаны используемые в диссертации уравнения газовой динамики. Уравнения Эйлера записаны в дивергентной форме с источниковым членом, который на начальной стадии работы равен нулю. Уравнения энергии представлены в «энтальпийной» форме. Это позволяет при определенных условиях отказаться от дифференциального уравнения энергии и перейти к уравнению Бернулли в квадратурах с последующим сокращением числа переменных. Обычно «избавляются» от плотности.

Далее представлена запись уравнений Навье-Стокса. Диффузионные члены вынесены в правую часть в виде источников. Компоненты тензора теплового потока преобразованы к «энтальпийному» виду. Добавлены члены, описывающие неравновесные физико-химические процессы, такие как химические реакции и колебательная релаксация (неравновесное заселение колебательных энергетических уровней молекул). Отмечено, что в приближении уравнений Эйлера функции, определяемые теорией неравновесных физико-химических процессов, являются скоростями изменения параметров в фиксированных частичках газа, то есть могут быть записаны в Лагранжевой системе координат.

Для двумерных задач система уравнений Навье-Стокса упрощена путем сокращения ряда членов.

Во втором разделе кратко представлены вычислительные аспекты предлагаемой методологии. Описана процедура построения расчетной сетки. Отмечено, что сетка строится путем преобразования криволинейного объема на единичный куб. Выписаны несколько формул, позволяющих судить о метрике. Следует отметить, что предлагаемый подход является наилучшим с точки зрения точности. Достаточно подробно описаны методы Годунова и Колгана, но остаются технические вопросы. Если расчетный шаг делается в математическом пространстве, когда все ячейки – кубы (квадраты), то описанная автором одномерная реконструкция не вызывает сомнений. Но если расчетный шаг осуществляется на криволинейной сетке, то предпочтительным может оказаться алгоритм Крайко-Тилляевой. Это касается как оригинальной схемы Колгана, так и предложенной автором схемы ГКР, которая подробно описана в данном разделе.

Аппроксимация диффузионных членов выполнена стандартным образом путем использования центральных разностей. Источниковые члены вынуждают автора применять локально-неявную схему для осуществления шага по времени, что также является общепринятой практикой. При этом

выписано ограничение на шаг интегрирования по времени (пространству), которое учитывает влияние диффузии на устойчивость.

Для расчета течений газа с неравновесными физико-химическими процессами к уравнениям газовой динамики добавляются уравнения, описывающие неравновесные процессы. Например, в случае химических реакций это уравнения для концентраций компонент газовой смеси. В расчетную схему привнесены два новых элемента. Первый важный элемент касается выбора аппроксимации для членов, ответственных за физико-химические процессы. При этом выбор сделан в пользу полунейвной аппроксимации с применением локально-нейвной схемы. Второй важный элемент – это решение задачи Римана в предположении о «замороженности» всех процессов при расчете распада разрыва. В совокупности получилась наглядная и легко реализуемая на практике методология.

Маршировка по пространству не вызывает осложнений в случае гиперболической по маршевой координате системы уравнений. При решении уравнений Навье-Стокса возникают осложнения. Маршевый подход, строго говоря, неприменим даже в случае отсутствия дозвуковых областей. Тут автор обращается к известной из литературы методологии, которая допускает использование «параболизированного» варианта уравнений Навье-Стокса, когда из правых частей уравнений исключены все производные по продольному (маршевому) направлению. Рецензент пытался использовать указанный подход в конце восьмидесятых годов прошлого века, но довольно быстро отказался вследствие большого количества проблем, связанных с отрывами и завихрениями, характерными для реальных течений, и не позволяющих вести расчет маршевыми методами. Но это не означает, что подход невозможно применять для ряда оговоренных задач, где это не противоречит структуре течения, в частности, для высоконапорных струй из одноконтурных сопел.

Программная реализация описана довольно схематично. Перечислены названия расчетных модулей и описаны некоторые особенности,

используемые при программировании. Блок-схема является незамкнутой. Например, блок расчета параметров сетки не имеет связи с другими блоками и «обрывается в воздухе». В целом, описание программного продукта – это специальная работа, требующая аккуратности и профессионализма. В качестве примера, можно предложить изучение документации ANSYS. Ясно, что такое описание не должно быть предметом защиты диссертации по данному научному направлению. Поэтому предлагается принять к сведению, что автор написал программы, которые оказались полезными для практических приложений, и не продолжать обсуждение данного вопроса.

В качестве тестовых примеров приведено решение нескольких классических задач. В случае истечения из сопла показано неоспоримое преимущество схемы ГКР с лимитером Ван Лира. Непонятно крайне низкое качество решения, полученного схемой Годунова-Колгана. Рецензент в своих расчетах замечал проблемы с применением схемы Годунова-Колгана, особенно осцилляции решения, но результаты никогда не показывали существенного отклонения от классической схемы Годунова.

Во второй главе приведены результаты численного моделирования струй продуктов сгорания ракетных топлив с применением комплекса программ NARJ (Numerical Analysis of Real Jets). В разделе 1 автор описывает модели продуктов сгорания двух топлив: 1) C-H-O-N; 2) C-H-O-N-Cl-Al. Решаются задачи течения в сопле и течения в струе. При расчете в сопле возможно использование метода установления по времени в дозвуковой части сопла и маршевого метода – в сверхзвуковой. Для расчета струи выделяются внешняя и внутренняя области с разным химическим составом. Истечение может происходить в дозвуковой, сверхзвуковой и гиперзвуковой потоки, а также в вакуум. В задаче истечения в вакуум внешний поток отсутствует. Указано, что возможно проводить расчет маршевым методом не только в случае сверхзвукового, но и дозвукового течения. В расчете учитываются следующие физические процессы:

химические реакции, колебательная релаксация, гомогенная конденсация, ламинарное и турбулентное перемешивание, а также многофазность. Автор отмечает, что процессы вязкости, теплопроводности и диффузии наиболее активно протекают при смешении продуктов сгорания с внешним потоком. В обычных струях процесс перемешивания протекает в турбулентном режиме. Для моделирования таких течений применяются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса, дополненные одной из разновидностей $(k - \varepsilon)$ -модели турбулентности. Для моделирования движения частиц окиси алюминия в двухфазном приближении используется хорошо зарекомендовавший себя подход Лагранжа. При этом все частицы имеют сферическую форму и разделены на фракции, каждая из которых характеризуется единым размером частиц. Учитывается процесс кристаллизации. Так, в твердой частице моделируется процесс объемного перехода из метастабильной в стабильную фазу. Это позволяет правильно оценить спектрально-энергетические характеристики струй.

В разделе 2 приведены соотношения для используемых реакций. Дано описание стехиометрических коэффициентов, показывающих, сколько молекул вещества принимает участие в прямом и обратном направлениях. При этом коэффициенты не зависят от концентраций индивидуальных веществ и являются функциями от температуры. Выражение для удельной энтальпии газовой смеси записывается в виде суммы компонент. При этом мольная энтальпия химических компонент, включая теплоту образования, берутся из справочника. Для описания изменения колебательной энергии молекул в газовой смеси используется приближение гармонического осциллятора с больцмановским заселением уровней каждой моды. Потери энергии за счет радиационной релаксации учитываются в уравнении энергии посредством источникового члена. При этом вследствие Ферми-резонанса между симметричной и деформационной модами молекулы CO_2 полагается, что их колебательные температуры совпадают. Поэтому в расчетах используется сумма энергий указанных мод. При этом учитывается процесс

гомогенной конденсации паров воды. В работе приведены необходимые соотношения и эмпирические коэффициенты. При моделировании турбулентных течений в рамках осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса используется описанная ранее система уравнений. Указывается, что она замкнута моделью турбулентности. В заключение описаны соотношения для математического моделирования многофазных течений в рамках многотемпературной и многоскоростной модели движения и термодинамики частиц окисла алюминия. В данном разделе появляется ссылка на работу, в которой описан метод расчета аэродинамических коэффициентов для оценки сопротивления шаровых частиц. При этом указано, что данные коэффициенты учитывают силу сопротивления трения. Но в реальности они дают интегральный учет не только трения, но и аэродинамического сопротивления.

В целом автор описал стройную расчетную модель течения продуктов сгорания топлива в струе, которая может быть реализована в квазистационарном инженерном приближении, полезном для практических приложений. Современные подходы, основанные на вихреразрешающих методах, находятся в «зачаточном» состоянии и еще долгое время будут представлять интерес только для научных исследований.

В разделе «Численные методы» описана процедура параболизации уравнений Навье-Стокса, которая заключается в усечении правых частей. Удаляются все производные по «маршевой» координате, совпадающей с основным направлением течения. Это правомерно в тех случаях, когда влияние вязкости, теплопроводности и диффузии проявляются в узких слоях смешения, толщина которых мала по сравнению с их длиной. В работе используется предложенная автором параболизация «общего типа», позволяющая учесть значительные отклонения струи от маршевого направления. При реализации этой процедуры сделано предположение, что в вязких слоях параметры газа мало меняются вдоль линий тока. Кроме того,

считается, что сдвиговые напряжения преобладают над напряжениями сжатия.

Особым образом рассмотрена процедура организации маршевого счета для дозвуковых областей. Сделаны предположения о том, что возмущения в дозвуковой области не оказывают существенного влияния на параметры основного потока. Для подавления противопотоковых возмущений внутри дозвуковой области принято допущение о том, что давление в ней либо постоянно, либо равно давлению в соседней сверхзвуковой части потока. При этом из системы уравнений исключается уравнение сохранения поперечной составляющей импульса. Вообще говоря, появляющаяся при этом новая система уравнений обладает иными характеристическими свойствами, что требует дополнительного исследования с целью определения возможных побочных эффектов. Так, описанная модификация не гарантирует возможности сквозного расчета в дозвуковых областях, так как противопотоковые возмущения все равно остаются значимыми величинами. Автором предложен технический прием, который преодолевает указанную проблему. Проводится модификация уравнений сохранения импульса и полной энтальпии. Вводится единый коэффициент β , зависящий от локальных параметров газа, а также формулируются условия для его расчета по параметрам газа перед зоной взаимодействия потоков (в случае волны разрежения) или после указанной зоны (в случае ударной волны). При выполнении указанных условий расчет ничем не отличается от стандартной маршевой процедуры расчета для уравнений Эйлера. Следует отметить, что возможны проблемы, связанные с диском Маха. Для уточнения расчета в этой области предложена итерационная процедура. Она начинается непосредственно за диском Маха. Ищется положение тройной точки с правильным углом наклона слоя смешения. Используется алгоритм глобальных итераций.

Для обеспечения качественного расчета слоев смешения за кромкой сопла предлагается применять процедуру инициирования. Для этого

используется гипотеза Прандтля. Предполагается, что в начальном сечении слоя смешения реализуется линейный профиль скорости. Далее профиль получается в результате расчета. Приведенный тестовый пример подтверждает, что инициирование слоя смешения является важной процедурой, существенно влияющей на качество расчета. При этом в качестве эталона используется решение, полученное методом установления.

Расчет поведения продуктов сгорания в сопле показывает, что крупные частицы слабее взаимодействуют с газовой фазой потока. Это выражается в их более медленном остывании при движении в сверхзвуковой части сопла. Интенсивное охлаждение самых мелких частиц приводит к их кристаллизации, сопровождающейся резким подъемом температуры. Приведена серия расчетов на разных высотах и проведен подробный физический анализ полученных результатов. Так, на высоте 10 километров в центральной части струи образуется диск Маха ($x \approx 1.2$ м), за которым резко повышаются температура и давление газовой фазы. Кроме того, в области смешения продуктов сгорания с воздухом происходит повышение температуры вследствие догорания части газовых компонент при их столкновении с атмосферным кислородом. На больших высотах в струе отчетливо различаются центральная и вакуумная части, а также область взаимодействия продуктов сгорания с разреженной атмосферой. В вакуумной области продукты сгорания быстро охлаждаются и достигают высокой разреженности. В периферийной части течения продукты сгорания сталкиваются с гиперзвуковым потоком разреженной атмосферы, образуя горячий слой смешения. Это вызывает излучение, которое определяется заселением колебательных мод молекул CO_2 , H_2O , CO .

В работе отмечено, что разработанные программы применялись для практических целей. Так, программа NARJ использовалась для решения экологических проблем, в частности установлено, что рассчитанные для ракетных систем «Шаттл» и «Энергия» вредные выбросы в стратосферу на

порядок меньше величин, приведенных ранее в отечественных и зарубежных публикациях.

Значительный раздел диссертации посвящен моделированию турбулентных сверхзвуковых струй в рамках гипотезы Буссинеска и предложению по модификации общепринятого подхода с целью повышения качества расчета. Для лучшего понимания этого раздела стоит вспомнить суть гипотезы Буссинеска. Так, осреднение уравнений Навье-Стокса приводит к появлению уравнений переноса первых корреляционных моментов пульсаций скорости. Далее, устанавливается связь тензора турбулентных напряжений с тензором осредненных скоростей деформаций. По гипотезе Буссинеска турбулентные напряжения трения связываются со свойствами среднего течения такой же зависимостью, какой молекулярное вязкое трение связывается с полем скорости. Другими словами, предполагается линейная связь компонент тензора напряжений с компонентами тензора осредненных скоростей деформации. При этом проблема сложности течения переводится на уровень определения свойств коэффициента линейности, а именно, коэффициента турбулентной вязкости. Нетрудно заметить, что гипотеза Буссинеска указывает на сдвиговое происхождение турбулентного напряжения. Известно, что она не выполняется во многих достаточно простых случаях, и в настоящее время идут масштабные работы по созданию новых моделей турбулентности класса RSM, свободных от указанных предположений. В представленной работе автор заметил тот факт, что решения для моделируемых струй, полученные в рамках параболизированных уравнений Навье-Стокса, лучше соответствуют эксперименту, чем решения, полученные в рамках полной системы уравнений Навье-Стокса. Анализ приводит его к заключению, что система уравнений Навье-Стокса, осредненная по Рейнольдсу с применением гипотезы Буссинеска, нуждается в модификации. Для исправления ситуации он предлагает пожертвовать свойством симметрии и установить линейную связь тензора турбулентных напряжений с тензором ротации. Далее

приводятся расчеты и обоснования в поддержку указанного решения. Тем не менее, автор понимает все негативные последствия отказа от выполнения условия симметрии и предлагает модификацию в виде линейной комбинации тензоров ротации и сдвига, которая по его утверждению в процессе наладки позволяет достичь наилучшего результата. Он также отмечает, что существует и другой подход, когда основная система уравнений не претерпевает изменений, а асимметрия вводится на уровне модели турбулентности. Приводится пример использования тензора ротации в модели Спаларта-Альмараса. Показывается, что в этом случае удается подавить нефизичный рост производства турбулентности в областях высоких градиентов давления. Рецензенту известны приведенные в диссертации факты, и он считает путь модификации моделей турбулентности приемлемым для практики. Модификация системы основных уравнений может давать положительный результат в данном конкретном случае, но требует серьезного обоснования при расширении рамок поставленной задачи.

В третьей главе дается описание научно-исследовательских работ по моделированию атмосферы комет на базе разработанного автором численного метода. Из наблюдения комет известно, что истечение с их поверхности имеет ярко выраженный пространственный характер. Для моделирования задачи в таком приближении требуется привлечение методов расчета многомерных течений неравновесных многофазных сред. В работе представлена математическая модель газопылевой комы кометы. Применяется полная система уравнений Эйлера с правой частью в виде источниковых членов. Частицы пыли предполагаются сферическими и движущимися по траекториям, как это описано в главе 2 данной диссертации. Кроме того, все частицы разбиваются на несколько монодисперсных фракций, каждая из которых имеет свой размер. Предполагается, что частицы взаимодействуют. Влияние частиц на газ мало.

На первом этапе рассматривается стационарное истечение с поверхности сферического ядра кометы газопылевых струй, образованных сублимацией запыленного льда. Истечение происходит не со всей поверхности ядра, а только с участков активных пятен. Численный метод адаптируется с учетом указанных условий. Предлагается аналог задачи Римана для пыли, который имеет простое решение, заключающееся в суперпозиции двух равномерных потоков. Каждый из указанных потоков может либо пересекать, либо не пересекать боковую грань ячейки. В зависимости от направления скоростей выбираются четыре варианта решения и определяются «Большие величины». Использование в расчете явной аппроксимации приводит к маршированию с мелкими шагами для обеспечения устойчивости в случае быстрорелаксирующих процессов. Возможно интегрирование как по времени, так и по пространству. Показано, что частицы скапливаются в областях, граничащих с плоскостью взаимодействия. На представленных графиках хорошо виден разрыв. Проведено сопоставление с зарубежными данными, которые показывают умеренное скопление частиц вблизи плоскости взаимодействия. Это связано с тем, что используемый за рубежом метод имеет повышенную диссипацию.

В специальном разделе представлена многофракционная модель для расчета пылевого облака. Дело в том, что отмеченное скопление частиц в плоскости взаимодействия не отражает реальных процессов в газопылевых струях, а обусловлено некорректностью использования процедуры осреднения частиц, вылетающих из различных активных пятен. Для преодоления проблемы предложено решать систему уравнений дважды – для каждой фракции частиц отдельно. При этом на каждом активном пятне необходимо задавать потоки, соответствующие выделенной фракции. Проведены параметрические расчеты, результаты которых изложены в статьях.

Значительное внимание в диссертации уделено модели поверхности ядра. При моделировании кометы условия на внутренней границе расчетной

области являются определяющими. Необходимо задать форму поверхности кометы и определить параметры истекающего газопылевого потока в каждой точке. Рассмотрены 3 модели с подробным анализом различных ситуаций, связанных как с формой ядра, так и с затененностью поверхности. Во всех случаях сформулированы начальные данные для расчета. Расчеты выполнены при различных условиях. Результаты сопоставлены с данными, полученными методом Монте-Карло. Сделаны выводы о точности обоих подходов. Показано, что в тех случаях, когда на части ночной поверхности кометы реализуется конденсация воды, в областях с $K_n > 0.1$ расхождение между данными велико, так как приближение сплошной среды в этом случае не работает.

Автор принял участие в проекте Розетта. В частности, им были рассчитаны условия посадки космического аппарата на поверхность кометы. Для проведения систематических расчетов автор разработал комплекс программ RZC, включающий в себя газодинамические коды для расчета параметров газовой смеси H_2O , CO и CO_2 в рамках уравнений Эйлера или Навье-Стокса, а также облака частиц в газодинамическом приближении. Указанный комплекс программ активно использовался при выборе как места посадки модуля Филы, так и при составлении карты поверхностной активности кометы.

В четвертой главе проведено подробное сопоставление схемы Годунова-Колгана-Родионова с современными методами сквозного счета. В начале главы дан подробный анализ источников литературы. Указано на первоначальную недооценку схемы Колгана на «Западе» вследствие отсутствия публикации и схемы Хэнкока у нас в стране по той же причине. Для проведения тестов выбран хорошо известный профиль НАСА0012 на дозвуковом и трансзвуковом режимах. Показано, что все исследованные методики показывают сходимость по сетке к одним и тем же значениям аэродинамических коэффициентов. При этом схема ГКР имеет порядок

сходимости близкий ко второму. Использование реконструкции Ван Лира вместо *minmod* в схеме ГКР дает существенное уточнение по интегральным аэродинамическим коэффициентам. В случае трансзвукового обтекания профиля ситуация меняется. Схема ГКР обеспечивает сходимость по сетке с порядком близким к первому. По коэффициенту C_l на крупной расчетной сетке реконструкция *minmod* дает более точные результаты, чем реконструкция Ван Лира. С измельчением сетки предпочтительно применять *minmod*. По коэффициенту C_d реконструкция Ван Лира всегда предпочтительнее реконструкции *minmod*.

Расчет с применением осредненных уравнений Навье-Стокса, замкнутых моделью турбулентности SA, показал, что результаты ГКР практически совпадают с данными, полученными с применением FLUENT. При этом не указано, какой из решателей FLUENT использован.

Большое внимание уделено нестационарному расчету «дорожки Кармана». Описаны особенности используемых кодов. Продемонстрировано преимущество результата, полученного методом ГКР. Отмечено, что метод дуального шага по времени дает низкую точность. Автор считает, что этот метод используется для получения решения установлением. Это не всегда так. Преимущественно метод «дуального шага» применяется в нестационарных задачах. Особенностью метода является необходимость выбора величины основного шага по времени с учетом масштаба нестационарного явления. Если этот факт не учитывать, то ошибка приводит к «сглаживанию» решения и потере информации.

Значительное место в работе отводится исследованию схемы Кабаре. Автор отмечает, что схема широко используется при решении различных задач, но наилучшие результаты показаны в аэроакустике. С этой точки зрения просматривается слабая связь проведенного исследования с основным направлением работы – моделированием истечения газа из сопл. Ведь метод расчета был выбран в главе 1 и это метод ГКР. Тем не менее, проведен подробный теоретический анализ особенностей построения различных

вариантов схемы Кабаре. Проведено тестирование на примере линейной задачи с периодической начальной функцией. Показано, что при определенных условиях Кабаре имеет преимущество перед ГКР с ограничителем Ван Лира. В случае разрывной функции применение схемы Кабаре связано с серьезным уменьшением шага по времени. При этом наилучшие результаты демонстрирует схема ГКР с NOLD-ограничителем. Исследование, проведенное на неравномерных сетках, показывает, что в ряде случаев Кабаре имеет преимущество перед ГКР.

Специальный параграф посвящен решению тестовой задачи «blast wave». Показано, что в указанной задаче схема КАБАРЕ демонстрирует хорошую интегральную точность, и подчеркивается, что подобный уровень точности достигается и схемой ГКР-NOLD.

Ряд параграфов посвящены исследованию схемы Галеркина с разрывными функциями. В этом месте рецензент опять задает себе вопрос о необходимости такого исследования в данной работе. Ведь метод расчета уже выбран и проведенное в данном разделе исследование ничего к данному выбору не добавляет. Тем не менее, автор дает подробное описание метода РМГ и ряда его модификаций. Им представлено расширение указанного подхода на двумерный случай. Известно, что метод РМГ(1)-RK3 имеет высокий порядок точности. Поэтому в задачах с гладкими профилями параметров его эффективность заметно выше, чем метода ГКР. Однако в случае моделирования течений с разрывами ситуация меняется. В областях влияния ударных волн темп сходимости к точному решению существенно снижается. В этих условиях высокоточные, но затратные методы проигрывают методу ГКР. В заключение параграфа приводятся тестовая задача Шу и Ошера (взаимодействие ударной волны с синусоидальным возмущением плотности), а также тестовая задача о двойном маховском отражении («double Mach reflection»). Показано, что на одинаковой сетке схема ГКР с простым ограничителем Ван Лира не уступает по точности разрывному методу Галеркина с базисными полиномами первого порядка.

Использование сетки с удвоенным разрешением позволяет достигать более высокой точности. Кроме того, метод РМГ с базисными полиномами второго порядка приводит к заметному «дрожанию» параметров, причем оно наблюдается не только вблизи контактного разрыва (что можно было бы объяснить его неустойчивостью), но и во всей области за фронтом отраженной волны.

В заключение раздела автор проводит исследование эффективности схемы ГКР в сравнении со схемами типа WENO. Отдельное внимание уделяется точности расчета при наличии разрывов. Делается (в общем-то, известный) вывод о том, что в задачах с гладким решением методы повышенного порядка демонстрируют высокий порядок точности. Однако в задачах с разрывами решения эти методы не дают преимущества над методами второго порядка.

В пятой главе изложены важные аспекты вычислительной методологии. В заголовок вынесена проблема подавления «карбункул»-неустойчивости в схемах типа Годунова. Разработка и совершенствование методов приближенного решения задачи Римана является отдельным направлением развития схем сквозного счета. В отличие от алгоритмов точного решения задачи такие методы не требуют итераций и более экономичны. В главе проведен исчерпывающий обзор литературы по проблеме. Особо отмечается решатель А.В. Сафронова, который принадлежит к группе методов FDS-типа (Flux Difference Splitting).

Автор указывает, что «Carbuncle Phenomenon» принято связывать с численной неустойчивостью, появляющейся при сквозном расчете сильных ударных волн с применением низкодиссипативных решателей задачи Римана. Такая неустойчивость может проявляться как в виде пилообразных возмущений фронта ударной волны и параметров за ним, так и в виде изолированного нароста на ударной волне или ее нефизического изгиба.

Поэтому термин часто используют термин «карбункул»-неустойчивость или ударно-волновая неустойчивость.

Выделяются два основных подхода к подавлению «Carbuncle Phenomenon». К первому подходу относятся модификации, повышающие диссипацию базисной схемы в окрестности ударной волны. Ко второму причисляют методы, в которых комбинируются решатели задачи Римана с различными диссипативными свойствами. Феномен «карбункула» не является только численной проблемой. Он имеет глубокие физические корни. Такое мнение высказывается авторами экспериментальных работ, в которых они наблюдали подобные течения. Основываясь на результатах численного и экспериментального анализа, многочисленные авторы сделали заключение, что «чем лучше схема описывает решение уравнений Эйлера, тем в большей степени она подвержена ударно-волновой неустойчивости».

В 2014 году автор диссертации предложил способ подавления «карбункул»-неустойчивости, который назвал методом искусственной вязкости. Суть метода заключается в том, что формируется невязка в форме диссипации для правых частей уравнений Навье-Стокса, при этом коэффициент молекулярной вязкости заменяется коэффициентом искусственной вязкости. Для расчета указанного коэффициента подбирается выражение, согласующееся с вязкостью фон Неймана и Рихтмайера, но имеющее свои особенности (обобщение на многомерность и введение пороговой величины). Метод адаптирован к расчету и применен в ряде тестов. Рассмотрены тесты типа задача «Кёрка», сверх- и гиперзвуковое обтекание цилиндра, задача «о двойном маховском отражении», дифракция ударной волны на 90-градусном угле, задача «о Седовском взрыве», медленно движущаяся ударная волна. Специальный раздел посвящен адаптации метода искусственной вязкости к схемам повышенного порядка аппроксимации. Выполнены тестирование и настройка метода с применением задачи «о двойном маховском отражении». Показано, что в схемах повышенной точности процедуру реконструкции данных

предпочтительно проводить с использованием характеристических переменных. Рассмотрены различные аспекты влияния сетки на качество и устойчивость решения. Выполнены дополнительные тесты, в том числе задача «Ноха» и другие. Сформулированы рекомендации для практического применения разработанных алгоритмов.

В результативной части рецензии следует указать, что диссертация написана хорошим техническим языком и соответствует паспорту специальности 05.13.18. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Работа актуальна, так как соответствует целям и задачам «Федеральной космической программы 2016-2025».

Теоретическая значимость результатов подтверждена использованием большого количества источников литературы и проведением исчерпывающего тестирования.

Практическая значимость работы определяется несколькими факторами. Автором предложен метод ГКР, широко применяемый в ЦАГИ и других организациях авиационной промышленности. Кроме того, автор принял участие в проекте Розетта и рассчитал условия посадки космического аппарата на поверхность кометы. Расчеты применены на практике.

Цели и задачи работы конкретизированы в девяти пунктах, которые охватывают вопросы создания математических моделей, численных методов и компьютерных программ.

В качестве метода исследований автор указывает вычислительный эксперимент как основной источник получения научной информации.

Научная новизна работы конкретизирована в 12 пунктах, среди которых следует выделить вывод о том, что «в случае истечения потока частиц с нескольких активных пятен на поверхности кометы, однофракционная модель облака частиц физически неадекватно описывает их движение».

Достоверность результатов подтверждена верификацией и валидацией разработанных автором методов и программ.

На защиту выносятся 12 пунктов, разделенных на три группы, которые включают математические модели, численные методы и комплексы программ.

Апробация работы прошла на 23 Международных и Всероссийских конференциях.

К общим недостаткам следует отнести:

1. Недостаточно продуманная последовательность изложения и использования материала в диссертации. Методические разделы в обоснование преимуществ предложенного автором метода ГКР размещены в главах 4 и 5. С другой стороны, практические аспекты работы изложены в главах 1-3. При этом важные теоретические разработки автора, такие как ограничитель NOLD в методе ГКР, новый вариант схемы КАБАРЕ для течений с разрывами, улучшенный вариант схемы Галеркина с алгоритмом «супер-сходимости», искусственная вязкость для улучшения свойств схемы Годунова на скачках уплотнения, в рабочий вариант расчетной методологии и разработанные программы NARJ и RZC не вошли.

2. Разработанные автором программы NARJ и RZC описаны достаточно формально, что не позволяет судить о степени их программного совершенства.
3. При проведении верификации и валидации разработанной методологии и программ автор не использует технически обоснованных критериев, чтобы обосновать понятие «хорошее соответствие». Например, на рисунке 2.28 (страница 93) при $\lambda > 0.3$ наблюдается значительное отклонение расчетных и экспериментальных данных в логарифмическом масштабе. На взгляд трудно оценить, является это соответствие хорошим или нет.
4. В диссертации наблюдаются досадные сбои индексации. Так, рисунок 2.28 находится на странице 93, другой рисунок на странице 94 имеет тот же номер 2.28. В оглавлении на странице 3 легко обнаружить два параграфа с номером 2.5.3. Имеются и другие недочеты.
5. В диссертации отсутствуют данные, которые позволяют оценить степень отличия методологии организации маршевого расчета в дозвуковых областях струи, предложенной автором, от методологии, описанной в диссертации Vigneron (1978).
6. Предложенная автором альтернативная форма тензора турбулентных напряжений является техническим приемом, который путем отказа от принципа симметрии решает проблему перепроизводства турбулентности в рамках поставленной узкой задачи истечения неизобарических струи. Обоснованность широкого применения предложенных уравнений на практике не доказана.
7. Предложенный автором ограничитель NOLD имеет заметное преимущество, но использует расширенный шаблон, что ставит вопрос о реализации граничных условий.

Сделанные замечания не снижают ценность данной работы. Она содержит большой объем нового, интересного и в достаточной мере обобщенного материала, имеющего большую научную ценность.

Представленная диссертация удовлетворяет требованиям ВАК, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор, Родионов Александр Владимирович, заслуживает присвоения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Автореферат в достаточной степени отражает содержание диссертации.

Официальный оппонент,
доктор технических наук,
старший научный сотрудник



С.М. Босняков

Подпись С.М. Боснякова заверяю,
Ученый секретарь диссертационного совета ЦАГИ
доктор физико-математических наук, профессор



М.А. Брутян