ОТЗЫВ

официального оппонента доктора физ.-мат. наук Глазунова А.В. на диссертацию
Глотова Вячеслава Юрьевича
«Математическая модель свободной турбулентности на основе принципа максимума»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18– Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертация Глотова Вячеслава Юрьевича посвящена одной из наиболее сложных задач математического моделирования динамики жидкости и газа - построению численной модели малой размерности, способной приближенно воспроизводить статистику крупномасштабных компонент турбулентных течений. К таким моделям относится большинство гидродинамических моделей, используемых для описания нестационарных течений при больших числах Рейнольдса как в промышленных приложениях, так и при расчетах атмосферной и океанской динамики в широком диапазоне пространственных и временных масштабов.

При моделировании трехмерных течений подход, называемый LES (large eddy simulation), сводится к явному расчету нестационарных крупных вихрей и вычислению "подсеточных сил" по информации, содержащейся в крупных масштабах (процедура "замыкания" или "подсеточное" моделирование). Разновидности этого подхода отличаются друг от друга математическими и физическими соображениями, привлекаемыми для замыкания системы уравнений. Вследствие наличия ошибок аппроксимации численных схем проблема "замыкания" может рассматриваться только в комплексе с минимизацией влияния этих ошибок на решение. Направления, именуемые ILES (implicit LES) и MILES (monotone-integrated LES), основываются на положении о том, что турбулентное замыкание может быть инкорпорировано в численную схему, заранее построенную с тем, чтобы удовлетворить основным статистическим и физическим закономерностям поведения турбулентности в области малых масштабов. В частности, при наличии инерционного интервала с прямым каскадом энергии схема должна обеспечить необходимую диссипацию и при этом не слишком сильно исказить спектр энергии разрешаемых мелкомасштабных гармоник. С этой точки зрения привлекательными оказываются схемы "высокой разрешающей способности", первоначально разработанные для моделирования невязких течений с ударными волнами.

В ряде случаев результаты ILES оказываются сравнимыми с результатами LES с наиболее современными замыканиями и при этом удается сократить вычислительные затраты. Однако, для обоснования применимости ILES-моделей к решению практических проблем необходимо предварительно провести ряд тестовых расчетов простых турбулентных течений с тем, чтобы определить класс задач, подходящих для их использования.

Целью данной диссертации являлась разработка новой математической модели, относящейся к классу Implicit LES, для расчета течений со свободной турбулентностью в несжимаемой жидкости. Основой для построения алгоритма послужили явные схемы "Кабаре" и "Крест", обладающие компактным шаблоном и малой диссипацией. Рассматривались также схемы, являющиеся их линейной комбинацией.

Дополнительный диссипативный механизм в схемах обеспечивался за счет нелинейной коррекции потоков, построенной на основе принципа максимума. Предполагалось, что такой механизм в совокупности с хорошими дисперсионными свойствами схем может обеспечить высокую точность при моделировании турбулентности и избежать больших вычислительных затрат.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения.

Во введении приводится обзор существующих методов моделирования турбулентности. Отмечаются достоинства и недостатки различных методов. Вводится концепция "идеального LES-алгоритма" (см. замечание 3 ниже).

В первой главе приведен спектральный анализ исследуемых схем (без коррекции и при наличии нелинейного монотонизатора) на примере одномерного уравнения переноса с постоянной скоростью. Рассматривается нелинейное уравнение Бюргерса и задача об одномерной турбулентности (бюргюленции). Проводится сравнительный анализ схем с точки зрения их способности верно воспроизводить пространственный спектр решения.

Во второй главе приводится краткий обзор существующей теории двумерной и трехмерной однородной изотропной турбулентности, результатов её численного моделирования и экспериментальных данных.

В третьей главе схема «*КАБАРЕ*» обобщена для моделирования течений в несжимаемой жидкости. Описан алгоритм схемы. Приводятся результаты моделирования локализованных вихрей и двумерной турбулентности.

В четвертой главе моделируются трехмерные вихревые течения.
Проведены расчеты эволюции течений с различными начальными условиями (устойчивый вихрь Рэнкина и неустойчивые вихри Хилла и Тейлора-Грина). Приводится сравнение с DNS расчетом Брэчета (1991). Проведены и проанализированы тесты со случайным полем завихренности, строятся спектры, структурные функции, зависимости скорости диссипации от времени.

В заключении перечислены основные результаты работы.

Научные положения и выводы диссертационной работы **обоснованы.** Они базируются на результатах комплексного тестирования предложенных алгоритмов и подробного сравнения результатов с результатами DNS-расчетов и данными измерений турбулентных течений. В ряде случаев показано хорошее соответствие численного эксперимента теоретическим сведениям о природе турбулентности.
Достоверность результатов диссертационной работы (они должным образом отражены в автореферате и опубликованных статьях) не вызывает сомнения. Основные положения диссертации **опубликованы** в реферируемых журналах и **докладывались** на международных и всероссийских семинарах и конференциях.

Научная новизна работы состоит в **разработке новых** методов численного моделирования турбулентных течений несжимаемой жидкости. В работе **впервые:**

-**Предложена** новая консервативная форма представления схемы Крест посредством введения консервативных и потоковых переменных, позволяющая использовать алгоритм монотонизации потоковых переменных на основе принципа максимума.

-**Схема КАБАРЕ обобщена** на случай несжимаемой жидкости в переменных «скорость-давление» и «завихренность-функция тока».

-**Исследованы** свойства полученных алгоритмов на серии модельных задач.

-**Разработана новая математическая модель**, относящаяся к классу Implicit LES и всесторонне изучены ее свойства при моделировании двумерных и трехмерных турбулентных течений.

Помимо того, в ходе выполнения диссертации автором разработан комплекс параллельных программ для моделирования уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости на ортогональных сетках, о чем **имеется свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №** 2012618645.

Замечания к работе

1. С точки зрения рецензента, близость энергетического спектра дискретной модели во всем сеточном диапазоне, к реальному спектру турбулентного течения является лишь одним из желательных свойств этой модели.
Конечная цель моделирования на грубой сетке заключается в как можно более реалистичном воспроизведении всех статистических характеристик крупномасштабных компонент течения, а не только распределения их энергии по масштабам.
Вполне можно вообразить ситуацию, когда при правильном спектре модель не обладает нужной чувствительностью к внешним воздействиям, либо не обеспечивает правильного турбулентного переноса импульса и турбулентной диффузии скаляров при наличии их средних градиентов.
В реальной задаче это может привести к более негативным результатам, чем искажение мелкомасштабной части спектра энергии.
Далее в работе рассматриваются, в том числе и двумерные течения, в которых коротковолновый участок спектра определяется наличием энстрофийного инерционного интервала. При определении "идеального" LES энстрофия не упоминается.
Моделирование в работе производится при помощи схем второго порядка точности. Это означает, что ошибки аппроксимации в инерционном интервале трехмерной турбулентности сравнимы по величине с нелинейными слагаемыми (см. [24]).
Не совсем ясно имеет ли смысл при этом удерживать дисперсию коротковолновых компонент на высоком уровне.

2. По мнению рецензента на стр. 25 основные требования к исходному алгоритму «…минимальная внутренняя (схемная) диссипация и максимально компактный вычислительный шаблон» сформулированы неполно - в данном случае для решения нелинейных задач гидродинамики наиболее подходящим алгоритмом была бы комбинация схемы Кранка-Николсон по времени и центрально-разностной аппроксимации по пространству 2-го порядка, записанная в кососимметричной форме. По-видимому, здесь следует говорить о схеме с компактным шаблоном, имеющей минимальные дисперсионные и амплитудные ошибки и представимой в дивергентном виде.

3. На стр. 25 автор пишет «В симметричных схемах диссипация отсутствует…». Здесь и далее по тексту не совсем корректно говорить об отсутствии диссипации в симметричных схемах, поскольку аппроксимация с симметричным шаблоном для нелинейных членов

сама по себе не гарантирует сохранение энергии и может быть локально диссипативна или неустойчива в зависимости от решения.

4. На стр.28-30 приводится двухслойная консервативная модификация схемы «Крест». Форма записи схемы "Крест", допускающая применение лимитеров и построение квазимонотонных схем на ее основе, ранее была предложена в работе (B. Cockburn Quasimonotone Schemes for Scalar Conservation Laws. Part I. SIAM Journal on Numerical Analysis Vol. 26, No. 6 (Dec., 1989), pp. 1325-1341) В диссертации следовало сослаться на эту работу и указать основные отличия между схемами.

5. При описании схем следует указывать, что второй порядок аппроксимации гарантирован только при отсутствии процедуры коррекции потоков.

6. Приведенный на стр.31-36 анализ справедлив только для линейного уравнения переноса с постоянной скоростью.
Так как в дальнейшем схемы применяются для решения нелинейных уравнений, было бы полезно проанализировать схему «Кабаре» без коррекции в нелинейном случае (хотя бы на примере уравнения Бюргерса, как это сделано для схемы «Крест» в работе (B. Fornberg "On the Instability of Leap-Frog and Crank-Nicolson Approximations of a Nonlinear Partial Differential Equation" Math of Comp. 1973, #121, v. 27))

7. При переносе скаляра бездивергентной скоростью (в двумерном или трехмерном случае) схема "Крест" не сохраняет второй момент (a^k, a^k), но сохраняет скалярное произведение (a^k, a^{k+1}) (здесь a^k и a^{k+1}вектор решения на шагах k и k+1 соответственно). Было бы интересно выяснить обладают ли схема "Кабаре" и гибридные схемы каким либо похожим свойством.

8. Для линейных гибридных схем без коррекции можно было бы выписать первое дифференциальное приближение и в явном виде получить член, вносящий диссипацию. В работе не указывается - сохраняется ли второй порядок аппроксимации при гибридизации схем.

9. На странице 48 утверждается, что спектральный анализ диссипативных и дисперсионных свойств схем "S2" (полунеявная схема) и "CD2" (явная схема) совпадают - это не очевидно, так как аппроксимация по времени разная и, соответственно, может изменяться вид дисперсионных поверхностей.

10. Наиболее неожиданные результаты диссертационной работы содержатся в разделе, посвященном моделированию двумерной турбулентности. Из этих результатов следует, что изменяя численную схему можно изменить поведение спектра двумерной турбулентности не только в области больших волновых чисел, где собственно и сосредоточены схемные ошибки и диссипация, но и в области крупных масштабов, одинаково хорошо описываемых схемами одного порядка аппроксимации. Независимо от того какая из теорий двумерной турбулентности, приведенных автором в обзоре, наиболее близко соответствует действительности, такое свойство численных моделей на грубой сетке следует обсудить более подробно. Полезно было бы аналитически получить уравнение для дискретного представления энстрофии различными схемами и показать, что оно является аппроксимацией исходного дифференциального уравнения. Сохраняют ли исследованные схемы энстрофию? Совпадают ли спектральные свойства турбулентных течений, полученных с применением схемы "Кабаре" в переменнных "функция тока – завихренность", со свойствами течений, расчитанных в переменных "скорость-давление"?

11. Из рисунка 4.2 видно, что энергия решения для вихря Рэнкина вначале резко падает примерно на 20%, а затем остается постоянной. Как это можно объяснить? Является ли такое поведение следствием несогласованности начальных условий и будет ли уменьшаться ошибка при увеличении пространственного разрешения?

12. На стр. 101 не совсем ясна фраза - "При нулевой вязкости вихрь (3.42) будет стационарным и устойчивым". Следует пояснить устойчив ли рассматриваемый одиночный вихрь по отношению к малым возмущениям. От этого зависит интерпретация результатов. Если любое малое возмущение (в том числе и ошибки округления в арифметике с конечной длиной мантиссы) экспоненциально нарастает, то более "правильным" является поведение центрально-разностных схем, разрушающих исходную структуру.

13. В задаче о распаде вихря Тейлора-Грина кривые зависимостей диссипации от времени (в том числе и при отсутствии молекулярной вязкости в ILES) сравниваются с данными расчетов DNS при заданном числе Рейнольдса. Корректно ли такое сравнение? Зависит ли вид этой кривой от молекулярной вязкости в DNS? Известно ли, что при очень больших Re диссипация ведет себя похожим образом?

14. Для тестирования способности ILES и LES моделей описывать затухающую изотропную трехмерную турбулентность обычно проводится сравнение с лабораторным экспериментом по измерению решеточной турбулентности (Comte-Bellot and Corrsin "Simple Eulerian time correlations of full and narrow band velocity signals in grid generated isotropic turbulence" J. Fluid Mech. 46, 273 (1971)). Такие расчеты, представлены, например, в работе (Fureby and Grinstein "Large eddy simulation of high-Reynolds-number free and wall-bounded flows" JCP, 2002). Из рисунка 1 в этой статье можно видеть, что LES и MILES модели примерно одинаково "справляются" с данным тестом, оставляя достаточно длинный участок спектра с наклоном -5/3. По мере затухания турбулентности как в данных, так и в расчетах "наклон" спектра не меняется. Напротив, на рисунках 4.12-4.14 меняется не только суммарная энергия но и спектральный наклон (по разному, в зависимости от схемы). Возможно, что такое необычное поведение численной модели связано со специфическим выбором начальных условий. Было бы предпочтительно провести подобные расчеты стандартным образом, с тем, чтобы иметь возможность не только качественного, но и количественного сравнения с данными наблюдений и результатами моделирования других авторов.

15. Если обобщить результаты проведенных тестов, то можно сделать вывод о том, что наиболее подходящей схемой для моделирования свободной турбулентности оказалась схема hibrid_09, то есть схема по дисперсионным и амплитудным ошибкам близкая к схеме "Крест". Исключением является одномерное уравнение Бюргерса, где способность схемы "Кабаре" верно описывать перенос разрывов в решении, то есть проявлять свойства схемы "высокой разрешающей способности", играет определяющую роль. Однако, все тесты, в которых существенную роль играет линейный перенос возмущения (перенос уединенных вихрей, перенос периодической системы вихрей Тейлора-Грина), однозначно показывают существенное преимущество "Кабаре" за счет малой дисперсии. Для моделирования турбулентности данное свойство схемы "Кабаре" может быть очень полезным. Например, при моделировании пристеночной турбулентности, турбулентности в струях, турбулентного обтекания различных объектов имеет место перенос мелкомасштабных вихрей средним течением. Именно из-за дисперсионных ошибок большинство конечно-разностных LES-моделей искажает одномерные (вдоль направления потока) спектры продольной скорости в турбулентных пограничных слоях. Это приводит к неверному обмену импульсом и неточным профилям средней скорости.

Показать преимущество схем с малой дисперсией можно было бы на тех же тестах со свободной турбулентностью, что и выполнены в работе. Для этого достаточно ввести ненулевую среднюю скорость переноса. Вполне вероятно, что в этом случае схемы с маленьким параметром гибридизации оказались бы предпочтительными, а диссертационная работа приобрела бы более завершенный вид.

Заключение

Сделанные замечания в основном имеют рекомендательный характер и не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы. Диссертация является законченным научно-исследовательским трудом, выполненным автором самостоятельно на высоком научном уровне. Работа опирается на подробный обзор зарубежной и отечественной научной литературы по теме исследования. Она написана хорошим литературным языком. Результаты, полученные в диссертации, вносят существенный вклад в понимание влияния свойств численных схем на статистические характеристики моделируемых турбулентных течений.

Выносимая на защиту работа Глотова Вячеслава Юрьевича «Математическая модель свободной турбулентности на основе принципа максимума», удовлетворяет требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18– Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Ведущий научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительной математики Российской академии наук (ИВМ РАН)

д.ф.-м.н. А.В. Глазунов

199991, Москва, ул. Губкина, д. 8, ИВМ РАН
тел. +7-495-984-81-20(39-22)
e-mail: glazunov@inm.ras.ru

«Подпись руки А.В. Глазунова заверяю»
Ученый секретарь ИВМ РАН

д.ф.-м.н. Шутяев В.П.

«___» ___________ 2015