На правах рукописи

Терехов Георгий Павлович

Исследование динамики, планирование траекторий, управление сферороботами

Специальность 01.02.01 — Теоретическая механика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва — 2019

Работа выполнена на кафедре теоретической механики и мехатроники механико-математического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор, Главный научный сотрудник ИПМ им.М.В.Келыша РАН **Павловский Владимир Евгеньевич**
Официальные оппоненты:	доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой механики, мехатроники и робототехники ЮЗГУ г.Курск **Яцун Сергей Федорович**
	Доктор физико-математических наук, доцент кафедры теоретической механики Московского автомобильно-дорожного института г. Москва **Розенблат Григорий Маркович**
Ведущая организация:	Волгоградский гос. технический университет ВолгГТУ

Защита состоится ______________ в ______________ часов на заседании диссертационного совета Д 002.024.01 по механике при Федеральном государственном учреждении "Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша Российской академии наук" по адресу: 125047, г.Москва, Миусская пл., д.4

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМ им.Кедыша РАН, http://keldysh.ru.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просьба направлять по адресу: 125047, г.Москва, Миусская пл., д.4 ученому секретарю диссертационного совета Д 002.024.01

Автореферат разослан ______________

Телефон для справок: +7 (499) 250-78-66

Ученый секретарь

диссертационного совета

Д 002.024.01 к.ф.-м.н Широбоков М.Г.

Общая характеристика работы

В работе проводится аналитическое и численное исследование систем вида "сферический робот на горизонтальной плоскости". Строится универсальная теоретико-механическая модель, охватывающая несколько разных с конструктивной точки зрения робототехнических систем. Во всех случаях рассматривается робот-шар, т.е. сферическая оболочка, внутри которой расположена система приводов, причем робот приводится в движение по принципу гиростата, благодаря внутренним механизмам, которые предполагаются маховиками.

Приводится модель сбаласированного робота-шара на горизонтальной плоскости. Для моделей абсолютно шероховатой плоскости и плоскости с вязким трением решается обратная задача динамики, как в общем случае, так и для частных случаев, т.н. базовых движений. Рассмотрена иная модель контактного взаимодействия–модель двухпараметрического трения. Для робота-шара на такой плоскости показаны области возможного движения (относительно параметров контакта, характеризующих жесткость плоскости и жесткость шара). Изучена зависимость сил и моментов, возникающих в пятне контакта в зависимости от соотношений между скоростью скольжения шара и компонентами его угловой скорости. Также для робота на такой плоскости найдены управления, реализующие достаточно произвольную траекторию (в качестве примера, приведены такие базовые движения, как поворот на заданный угол, движение по отрезку и дуге окружности).

Далее, рассматривается модель несбалансированного шара, т.е. шара со смещенным центром масс относительно геометрического центра. Для такого шара на абсолютно шероховатой плоскости строятся алгоритмы управления, заключающиеся в том, что в начале и конце движения центр масс должен попадать в нижнее пложение равновесия. Найдены соответствующие управления на примере вышеопределенных базовых траекторий. Наконец, рассмотрен несбалансированный шар на плоскости с двухпараметрическим трением. В этом случае решена задача о движении по отрезку, в то время как задачи о повороте на заданный угол и удержании центра масс в фиксированном положении, редуцированы к более простым случаям.

Актуальность темы. В последнее время роботы все активнее и активнее проникают в повседневную жизнь. Существует большое разнообразие аппратов, отличающихся как по конструкции, так и по назначению. В частности, отдельный класс мобильных роботов—роботы, движение которых основано на принципе качения. Хотя наиболее распространенными среди подобных аппаратов являются колесные роботы, можно указать определенный недостаток подобной конструкции, а именно то, что существуют направления, вдоль которых движение "с места" невозможно. Эту проблему можно решить, используя так называемые "омни"-колеса, однако интересным представляется и иной подход, а именно робот со сферической поверхностью-оболочкой, который, очевидным образом, может двигаться вдоль любого заданного направления. Вместе с тем, существуют и другие преимущества предложенных конструкций, например герметичность робота и отсутствие мест сопряжений и сочленений, являющихся наиболее уязвимыми для различного рода неблагоприятных воздействий. Таким образом форма аппарата способствует практическому применению робота в исследовательских и разведывательных целях, например для работы в зонах с агрессивной внешней средой (места аварий, поверхности других планет и.т.д.)

Спектр различных решений и реализаций механизмов, приводящих в движение такие аппарты тоже весьма и весьма широк. Первым и наиболее простым из них может считаться созданный самой природой принцип движения благодаря порывам ветра, воплощенный в известном растении перекати-поле. Кроме того, большое количество работ использует принцип смещения центра масс системы, например маятниковый роботы, или роботы с движущимися внутренними массами. Представляет интерес и аппарраты, движущиеся за счет деформации корпуса. Данная работа посвящена иной реализации гиростата, подразумевающей наличие внутри шара системы

Рис. 1: Пример робота-шара: Робот GroundBot от Rotundus

Рис. 2: Пример робота-шара: Робот Solarbotics

приводов, обеспечивающей создание внутреннего кинетического момента. В частности, под такое описание попадают роботы с тремя маховиками, а также робот с одним маховиком на вращающейся плоскости-экваторе.

С другой стороны, движение шара по плоскости—одна из классических задач механики абсолютно твердого тела. В большинстве случаев предполагается, что шар динамически симметричен и сбалансирован (т.е центр масс совпадает с геометрическим центром), однако, рассматриваются и модели с шаром Чаплыгина (динамически несимметричный шар, но присутствуеет сбалансированность). Для реальных конструкций последнее условие является порой трудновыполнимым, по причине чего в работе рассматривается как случай расположения центра масс в центре, так и случай произвольного расположения центра масс внутри сферической оболочки.

Кроме того, очень много зависит от предполагаемой модели контакт-

Рис. 3: Пример робота-шара: Робот SpheRob (Россия)

ного взаимодействия между плоскостью и сферической поверхностью робота. Зачастую принимается гипотеза абсолютной шероховатости плоскости, влекущая за собой отсутсвие проскальзывания шара в точке контакта. Иногда модель дополняется популярной в робототехнике гипотезой непрокручивания. Вместе с этим негглоономные системы последнее времени подвергаются критике со стороны ряда ученых, в частности В.Ф.Журавлева, кроме того, некоторые эксперименты на реальных образцах шаров демонстрируеют ограниченность в применении неголономной модели по отношению к рассматриваемой задаче. Предположение о вязком трении также рассмотрено в работе, но и в этом случае можно говорить только о некоторых специфических поверхностях. Наконец, существуют модели сухого трения, как правило обобщающие и модифицирующие стандартный закон Кулона. К таким моделям можно отнести прежде всего модель Контенсу, затем дополненную В.Ф. Журавлевым, в которой предполагается не точечный контакт, а взаимодействие вдоль некоторой области, т.н. пятном контакта. Эта модель, вместе с классической моделью Кулона была обобщена А.В. Карапетяном в предположении, что пятно контакта представляет не плоский круг, а сферический сегмент. Для такой модели изучена динамика однородного динамически симметричного шара. В то же время возникают вопросы как о поведении шара Чаплыгина или шара со смещенным центром масс для подобной модели, так и об управлении подобной конструкцией.

Целью данной работы является исследование движения и построение управления сферическими роботами, приводимыми в движениями внутренними маховиками. В качестве примера рассмотрены три конструктивно различающиеся модели. Кроме того, целью работы является исследование динамики аппаратов, а также нахождения управлений в зависимости от различных моделей контакта между сферической поверхностью робота и плоскостью, по которой этот робот движется. Также изучается вопрос об управлении несбалансированнй кнострукцией (шара со смещенным центром масс). Под построением управления движения вдоль произвольной траектории понимается либо явное нахождения управляющих функций, обеспечивающих такое движение (аналитически или численно), либо создание алфавита базовых движений робота, многократной комбинирование которых позволяет со сколь угодно высокой точностью аппроксимировать желаемую кривую-траекторию.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Построение управления симметричным роботом по абсолютно шероховатой плоскости
2. Создание алфавита базовых движений для робота при условии модели параметрического трения;
3. Определение параметров контакта, для которых движение допустимо
4. Построение алфавита базовых движений для робота с несимметричным расположением центра масс для различных моделей контакта;

Научная новизна

- Рассмотрение движения мобильного робота на плоскости с двухпараметрическим трением.

- Работа с точными значениями сил и моментов без перехода к аппроксимациям. Установление зависимости сил и моментов трения как функций особых переменных–углов режима.

- Рассмотрение конструкции робота со смещенным относительно геометрического центра шара центром масс, как на неголономной плоскости, так и на плоскостии с двухпараметрической моделью трения

- Предложенная модель распространяется на достаточно широкий класс роботов, достаточно существенно отличающихся конструктивно друг от друга.

Методы решения задачи. Поставленные задачи решаются с применением аналитических расчетов и методов теоретической механики, а также использования для вспомогательных вычислений пакета MATLAB R2013a.

Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы определяется построением алгоритмов управления реальной механической системы. Существуют прототипы описанных в работе роботов в "железе", следовательно, результаты работы можно применить для практического построения управления. Кроме того, в работе получены и теоретические результаты, касающиеся движения шара Чаплыгина по плоскости с двухпараметрическим трением, которые могут быть использованы в исследованиях, проводимых в МГУ им.Ломоносова, ИПМ им.Келдыша, институте проблем механики им. А.Ю.Ишлинского и других научных центрах.

Личный вклад Научным руководителем В.Е.Павловским предложена постановка задачи и методы ее исследования, а также оказаны консультации в процессе выполнения работы.

Г.П.Тереховым проведен основной объем исследований в рамках предложенной модели, а также выполнено численное моделирование механических систем, представленных в диссертационной работе. Было выполнено исследование работ, посвященных теме диссертации. Также произведен анализ полученных результатов. Выполнено оформление результатов работы в виде научных публикаций и докладов..

Достоверность изложенных в работе результатов обеспечивается полнотой и корректностью выбранной механической модели сферических роботов, привоядщихся в движение принципом гиростата, строгими методами аналитического исследования движения механических систем, применением для математических расчетов известных и отработаных пакетов MATLAB

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на:

- Семинары механико-математического факультета МГУ 2012-2016
- Конференция "Современная мехатроника"Орехово-Зуево, 2011
- Ломоносовские чтения 2012
- Семинар в НИИ ИМАШ 2011
- Семинар в ИПМ им. Келдыша 2012
- Четаевская конференция (Казань) 2012

- Конференция "Мобильные роботы и мехатронные системы"НИИ Механики МГУ, 2011

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в пяти печатных изданиях, два из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, два — в тезисах докладов. Работы выполнены в соавторстве с д.ф-м.н проф. В.Е.Павловским, которму принадлежат постановки задач и методы их исследования, а также научные консультации.

Список работ приведен в конце автореферата.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава посвящена созданию теоретико-механической модели сферических роботов, предложены несколько конструктивно различающихся аппаратов: а именно два аппарата с тремя маховиками и один аппарат с маховиком на вращающейся плоскости. Предполагается, что центр масс робота совпадает с его геометрическим центром. Для каждой конструкции безразмерный кинетический момент описывается формулой $\hat{\boldsymbol{k}} = I\hat{\boldsymbol{\omega}} + c\boldsymbol{\alpha}$, где $\hat{\boldsymbol{\omega}}$—вектор угловой скорости шара в системе координат, жестко связанной с ним, $\boldsymbol{\alpha}$—вектор управлений-угловых скоростей, C—матрица, а I— тензор инерции конструкции как целого. Три предложенные модели различаются лишь выбором систем координат, связанных с каждым шаром, а также видом матриц C и I в этих координатах. Кроме того, для каждого аппарата приведены допустимые соотношения на геометрические характеристики, исходя из физического смысла. Все расчеты приведены в безразмерных переменных, размерным является только время.

На основании общих теорем динамики получается, что уравнения допускают векторный интеграл (кинетичексого момента относительно точки контакта шара с опорной плоскостью), если внешние моменты $\boldsymbol{\mu}^0$ можно представить в виде $\boldsymbol{\mu}^0 = \dfrac{d\boldsymbol{\varphi}}{dt}$, где $\boldsymbol{\varphi}$—некоторая функция, зависящая от обобщенных координат и их скоростей. В частности, таким условиям удовлетворяют как модели абсолютно гладкой и абсолютно шероховатой плоскостей, так и модель вязкого трения. Для случая абсолютно шероховатой плоскости явно предложен алгоритм нахождения управлений для движения вдоль желаемой траектории, детально рассмотрены некоторые основные случаи базовых движений—поворот робота на месте относительно вертикали, движение по прямой. Для других траекторий (в качестве примера взята окружность) предложены графики, полученные в пакете MATLAB.

Наконец, для модели вязкого трения также решена обратная задача динамики как в общем случае, так и для базовых траекторий. Для поворота шара на месте вокруг вертикали модель ведет себя точно также, как и неголономная. Для движения по прямой и окружности следует обратить внимание на выбор желаемого закона движения: так, функция скорости центра масс шара $\boldsymbol{v}(t)$ должна принадлежать классу функций C^1.

Вторая глава посвящена исследованию движения и управления сферическим роботом на плоскости с двухпараметрическим трением. Предполагается, что контакт между сферической оболочкой робота и неподвижной плоскостью происходит по сферическому сегменту, причем радиус сферы, задающей этот сегмент обозначается как R_f, а радиус сегмента как R_s. В каждой точке этого сегмента локально выполнен закон сухого трения Кулона, причем нормальная реакция N предполагается распределенной в соответствии с теорией Герца. Так как силы и моменты $\boldsymbol{f}$ и $\boldsymbol{\mu}$ оказываются однородными по переменным $u, \boldsymbol{\omega}$ (u–скорость скольжения, $\boldsymbol{\omega}$–угловая скорорость в следующем базисе: первая ось направлена по скорости скольжения шара, третья–вертикальна, а вторая дополняет репер до правой тройки), то, сделав замену

$$\begin{aligned} \delta u &= r\cos\theta_1 \\ \omega_I &= r\sin\theta_1\cos\theta_2 \\ \omega_{II} &= r\sin\theta_1\sin\theta_2\cos\theta_3 \\ \omega_{III} &= r\sin\theta_1\sin\theta_2\sin\theta_3 \end{aligned}$$

их можно представить как функции на трехмерной сфере $\mathcal{S}^3$. Угловые переменные θ_k мы будем называть углами режима.

Переходя к построению алфавита базовых движений, можно заметить, что в случае поворота на месте, на сфере $\mathcal{S}^3$ такое движение соответсвует лишь одной точке. Для вектора внешних моментов верно, что единственная ненулевая компонента–это вертикальная компонента μ_z^0, причем она является постоянной величиной.

Случай движения по прямой без верчения (второе базовое движение) эквивалентен движению по одномерной окружности на трехмерной сфере в переменных r, θ_k. В этом случае для векторов сил и моментов верно наличие одной ненулевой компоненты (для силы–по оси x, для момента по оси y). Здесь, без ограничения общности, движения предполагается вдоль оси x. Далее исследуется зависимости функций $f = f_x$ и $\mu = \mu_y$ от режимного угла θ .Аналитически показан характер монотонности этих функций. Так, для функции $f(\theta)$ верно, что она монотонно возрастает на промежутке $(0;\pi)$, в то время как $\mu(\theta)$ убывает при $\theta \in (0;\theta_*)$ и возрастает при $\theta \in (\theta_*;\pi)$. Промежуток $\theta \in (0;\pi)$ рассмотрен в силу π-антипериодичности функций $f(\theta)$ и $\mu(\theta)$. Угол $\theta_* = \pi - \operatorname{arctg}\dfrac{1}{\delta}$ соответсвует режиму полной пробуксовки шара (т.е. центр масс робота-шара неподвижен, но он вращается на месте вокруг оси y).

И для поворота на месте, и для движения по отрезку, показано, что существуют минимальные моменты трения, возникающие при старте движения. Эти значения можно отождествить с моментами трения покоя.

Показана зависимость этих значений от параметров пятна контакта. Далее, для реальных электродвигателей описаны области параметров для котороых движение возможно. Интересно, что для поворота на месте определяющим является лишь жесткость опорной плоскости, т.е. параметр δ. Показано, что шар может начать движение лишь на достаточно жестких плоскостях.

Для свободной динамики при прямолинейном движении показано, что скольжение и качение имеют место одновременно почти всюду. (Т.е. в этом вопросе шар Чаплыгина абсолютно эквивалентен динамически сбалансированному шару). Кроме того, показано наличие в таком случае инвариантного соотношения на переменные r и θ, через которые однозначно выражаются скорость скольжения и угловая скорость. Интересно, что существуют два предельных решения для переменных r, θ, имеющих вид $(0, \hat{\theta})$. (Т.е. решения вида $\theta \equiv const.$ одно из которых является устойчвым, другое–неустойчивым. Таким образом, показано, что для шара Чаплыгина на плоскости с двухпараметрическим трением предельное отношение угловой скорости к скорости скольжения постоянно и равно $\operatorname{tg}\hat{\theta}$.

Наконец, решена задача криволиненйого движения в рамках данной модели. Рассмотрен случай, когда $\theta_3 = 0$ (т.е. верчение отсутствует) и силы и моменты есть функции двух режимных углов θ_1 и θ_2. Показано, что для численных расчетов можно ограничится лишь одной компонентой силы и одной–момента, в силу малости остальных. В качестве примера криволинейной траектории выбрана окружность.

Третья глава посвящена исследованию модели с несимметричным расположением центра масс робота. Несимметрия центра масс в системе координат, связанной с шаром задается постоянным вектором $\boldsymbol{\zeta}$. Выписаны в явном виде основные теоремы динамики.

Исследована неголономная модель такого шара. Решение обратной задачи динамики проводилось для движения геометрического центра шара. Вместе с тем, для корректности алгоритмов, предложено понятие элементарной траектории–такой траектории геометрического центра шара, что центр масс в начале и в конце движения окажется в нижнем положении равновесия. В качестве базовых движений, таким образом был следующий набор:

- Удержание центра масс в фиксированном положении
- Вращение вокруг вертикали
- Движение по элементарному отрезку
- Движение по элементарной дуге окружности

В работе показано, что элементарное вращение вокруг вертикали полностью соответствует аналогичной задаче для сбалансированного шара. Для движения по криволинейной траектории для того чтобы траектория была элементарной, предложен иной подход относительно задания явного закона движения $x(t)$ и $y(t)$, так как явное задание этих функций не гарантирует прихода центра масс шара в нижнее положение равновесия в конце движения. В качестве примера, для движения по окружности, предлагается задавать угол ξ между проекций вектора $\boldsymbol{\zeta}$ на горизонтальную плоскость и касательным вектором к окружности. Показано, что пройденный путь по элементарной дуге полностью определяется ее радиусом ρ и равен $\dfrac{2\pi\rho}{\sqrt{\rho^2+1}}$.

Наконец, для всех этих движений построены графики управляющих напряжений на электродвигателях, их реализуюшие. Для некоторых случаев разобрана задача о допустимости движения с учетом огранничености напряжений на управляющих электродвигателях.

Наконец, рассмотрена модель несбалансированно шара на плоскости с двухпараметрическим трением. Для такой модели удержание центра масс в фиксированном положении с, точностью до момента, сводится к аналогичной для неголомной постановки. Для вращения на месте задача сводится к аналогичной для сбалансированного шара. Наконец, для движения по отрезку найдены управления, реализующие такое движение.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

- Решена обратная задача динамики для сбалансированного шара-гиростата для различных моделей контактного взаимодействия шара с плоскостью. Пример методики продемонстрирован на модели шара SpheRob2

- Решена обратная задача динамики для несбалансированного шара(центр масс которого не совпадает с геометрическим центром). Пример методики продемонстрирован на модели шара SpheRob2

- Для несбалансированного шара выделены классы движений (названных элементарными), во множестве которых построен расширяемый алфавит базовых движений робота. Для сбалансированного шара эти условия несущественны.

- Найдены условия возможности движения шара по плоскости в модели двухпараметрического трения. Построены области параметров, при которых движение возможно для модели реальных электродвигателей. Показано, что при движении вдоль прямой на выключенных приводах существуют два предельных режима (в смысле отношения угловой скорости к скорости скольжения)

Публикации автора по теме диссертации

1. *Г.П.Терехов, В.Е.Павловский* Управление мобильным сферическим информационным роботом с тремя ортогональными маховиками. Спецтехника и связь, N3/2012 стр.19-25

2. *Г.П.Терехов* Управление шаром с тремя маховиками на ортогональных осях. Современная мехатроника. Сборник научных трудов Всероссийской научной школы (г.Орехово-Зуево, 22-23 сентября 2011.)

3. *Г.П.Терехов* Управление роботом-шаром с тремя маховиками . Сборник научных трудов Четаевской конференции (г.Казань, 21-24 июня 2012.)

4. *Г.П.Терехов, В.Е.Павловский* Управление роботом-шаром с помощью маховиков. // Препринты ИПМ им. Келдыша, 2017 г.. — Том 16. — 31 с.

5. *Г.П.Терехов, В.Е.Павловский* Управление несбалансированным сферическим роботом. // Препринты ИПМ им. Келдыша, 2017 г.. — Том 90. — 23 с.

6. *Georgy Terekhov and Vladimir Pavlovsky* Controlling spherical mobile robot in a two-parametric friction model. 12th International Scientific-Technical Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings" - 2017. є 113/2017. 02007. 5p.

Подписано в печать 02.08.2019. Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1,0 Тираж 70 экз. Заказ А8

ИПМ им.М.В.Келдыша РАН. 125047, г. Москва, Миусская пл.,4