

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМ. М. В. КЕЛДЫША
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»**

Утверждена

Ученым советом ФИЦ ИПМ
им. М.В. Келдыша РАН,
протокол № _____ от «___» _____ 2018г.

Заместитель директора

_____ А.Л. Афенди́ков
(подпись, расшифровка подписи)
«___» _____ 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Дискретная оптимизация**

Направление подготовки
01.06.01 — «Математика и механика»

Профили (направленности программы)
01.01.09 — «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Квалификация выпускника
Исследователь. Преподаватель-исследователь

Форма обучения
очная

Москва, 2018

Направление подготовки: 01.06.01 — «Математика и механика»

Профиль (направленность программы): 01.01.09 — «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Дисциплина: Дискретная оптимизация

Форма обучения: очная

Рабочая программа составлена с учетом ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 — «Математика и механика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 года № 866, зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 25 августа 2014 года № 33837, и Программы-минимум кандидатского экзамена по специальной дисциплине «Дискретная математика и математическая кибернетика», утвержденной приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 8 октября 2007 года № 274 (зарегистрировано Минюстом Российской Федерации 19 октября 2007 года № 10363).

РЕЦЕНЗЕНТ: Храпченко В.М., к.ф.-м.н., снс.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА РЕКОМЕНДОВАНА

Ученым советом ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, протокол № ___ от « ___ » _____ 2018 г.

ИСПОЛНИТЕЛЬ (разработчик программ):

Яшунский А.Д., ИПМ им. М.В.Келдыша, заведующий сектором, к.ф.-м.н.

Заведующий аспирантурой _____ / Меньшов И.С. /

Оглавление

АННОТАЦИЯ	4
1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	4
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	5
3.1. Структура дисциплины.....	5
3.2. Содержание разделов дисциплины	5
3.3. Семинарские занятия	5
4. ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ	6
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	7
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	7

1 АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Дискретная оптимизация» реализуется в рамках Блока 1 Основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре Федерального исследовательского центра Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН) по направлению подготовки 01.06.01 — «Математика и механика».

Рабочая программа разработана с учетом требований ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 — «Математика и механика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 года № 866, зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 25 августа 2014 года № 33837, и Программы-минимум кандидатского экзамена по специальной дисциплине «Дискретная математика и математическая кибернетика», утвержденной приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 8 октября 2007 года № 274 (зарегистрировано Минюстом Российской Федерации 19 октября 2007 года № 10363).

Основным источником материалов для формирования содержания программы являются: материалы конференций, симпозиумов, семинаров, Интернет-ресурсы, научные издания и монографические исследования и публикации.

Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану составляет 2 зач.ед. (72 часа), из них лекций – 4 часа, семинарских занятий – 10 часов, практических занятий – 0 часов и самостоятельной работы – 58 часов. Дисциплина реализуется на 1-м курсе, в 1-м семестре, продолжительность обучения – 1 семестр.

Текущая аттестация проводится не менее 2 раз в соответствии с заданиями и формами контроля, предусмотренные настоящей программой.

Промежуточная оценка знания осуществляется в период зачетно-экзаменационной сессии в форме зачета.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи дисциплины «Дискретная оптимизация»

Цель: освоение теоретических основ, структур данных и алгоритмов, используемых в решении задач дискретной оптимизации; ознакомление с известными методами решения задач дискретной оптимизации, в том числе — методами приближенного решения.

Задачи: освоить основные алгоритмы решения задач дискретной оптимизации на графах; освоить основные понятия и теоремы теории сложности; освоить основные идеи комбинаторной алгоритмики, методы решения NP-полных задач, в том числе приближенные методы решения.

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Дискретная оптимизация» направлен на формирование компетенций или отдельных их элементов в соответствии с ФГОС ВО направлению подготовки 01.06.01 — «Математика и механика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 года № 866, зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 25 августа 2014 года № 33837.

а) универсальные (УК): не предусмотрено

б) общепрофессиональных (ОПК): Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с

использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)

в) профессиональных (ПК): Способность к исследованию методами минимизации дискретных функций и алгоритмами на графах (ПК-1)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Иметь представление: об основных задачах дискретной оптимизации, теоретических основах оценки сложности их решения.

Знать: основные структуры данных и алгоритмы, используемые при решении задач дискретной оптимизации.

Уметь: применять изученные алгоритмы и структуры данных при создании комбинаторных алгоритмов.

Владеть: изученными алгоритмами для решения классических задач дискретной оптимизации.

Приобрести опыт: анализа задачи выбора подходящих структур данных и алгоритмов ее решения.

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Структура дисциплины

Распределение трудоемкости дисциплины по видам учебных работ

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	общая	
	зач.ед.	час.
ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ по Учебному плану	2	72
<i>Аудиторные занятия</i>		
Лекции (Л)		4
Практические занятия (ПЗ)		-
Семинары (С)		10
Самостоятельная работа (СР) без учёта промежуточного контроля:		
Самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к семинарским и практическим занятиям) И самостоятельное изучение тем дисциплины		58
Вид контроля: зачет		

3.2. Содержание разделов дисциплины

Общее содержание дисциплины

№ раздела	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)	Форма текущей аттестации
1.	Оптимизационные задачи в графах и сетях	Кратчайшие пути. Деревья кратчайших путей. Алгоритм Дейкстры для графов с неотрицательными весами ребер. Реализация алгоритма Дейкстры за время $O(E \log_d V)$, где $d = E/V$. Алгоритм Форда-Беллмана для поиска кратчайших и длиннейших путей в произвольном	О, ДЗ

		графе. Поиск в ширину и использование очереди при его организации за линейное время. Нахождение кратчайшего пути за линейное время в графах с ребрами единичной длины.	
2.	Календарное планирование и связанные задачи	Поиск кратчайших и длиннейших путей в ациклических ориентированных графах за линейное время. Задача календарного планирования и алгоритм ее решения за линейное время. Задача линейного программирования о попарных разностях и ее связь с календарным планированием.	О, ДЗ
3.	Основы теории сложности	Детерминированные и недетерминированные машины Тьюринга. Временная сложность вычисления на машинах Тьюринга. Языки и проблема распознавания принадлежности слова данному языку. Классы P и NP. Полиномиальная сводимость. NP-полные задачи.	О, ДЗ
4.	NP-полные задачи и теорема Кука	Теорема Кука об NP-полноте задачи выполнимости КНФ. NP-полнота задачи о 3-выполнимости NP-полнота задач о вершинном покрытии ребер графа, клике, независимом множестве и изоморфизме подграфа.	О, ДЗ
5.	Задача коммивояжера	Задача коммивояжера. Ее решение методом динамического программирования. Понятие о методе ветвей и границ. Приближенное решение евклидовой задачи коммивояжера за квадратичное время. Алгоритм Кристофидеса.	О, ДЗ
6.	Гамильтоновы графы	Гамильтоновы графы. Сведение задачи о проверке гамильтоновости к евклидовой задаче коммивояжера. Сведение задачи о проверке гамильтоновости к приближенной неевклидовой задаче коммивояжера.	О, ДЗ
7.	Задача о рюкзаке и размене монет	Задача о рюкзаке и о размене монет. Ее решение алгоритмом динамического программирования. Приближенное решение задачи о булевом рюкзаке за кубическое время с любой наперед заданной погрешностью.	О, ДЗ

Примечание: О – опрос, Д – дискуссия (диспут, круглый стол, мозговой штурм, ролевая игра), ДЗ – домашнее задание (эссе и пр.). Формы контроля не являются жесткими и могут быть заменены преподавателем на другую форму контроля в зависимости от контингента обучающихся. Кроме того, на занятиях семинарских может проводиться работа с нормативными документами, изданиями средств информации и прочее, что также оценивается преподавателем.

3.3. Лекционные занятия

№ занятия	№ Раздела (темы)	Краткое содержание Раздела (темы)	Кол-во часов
1.	1.	Основные оптимизационные задачи в графах и сетях и алгоритмы их решения	2
2.	3.	Основные понятия и теоремы теории сложности, сложность задач оптимизации	2
ВСЕГО			4

3.4. Семинарские занятия

№ занятия	№ Раздела (темы)	Краткое содержание Раздела (темы)	Кол-во часов
3.	2	Решение задачи календарного планирования	2
4.	4	Доказательство NP-полноты различных задач путем сведения	2
5.	5	Решение задачи коммивояжера, алгоритм приближенного решения	2
6.	6	Проверка гамильтоновости графа и ее сведение к задаче коммивояжера	2
7.	7	Решение задачи о рюкзаке, размене монет; алгоритм приближенного решения	2
ВСЕГО			10

4. ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Текущая аттестация аспирантов. Текущая аттестация аспирантов проводится в соответствии с локальным актом ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН - Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме опроса, а также оценки вопроса-ответа в рамках участия обучающихся в дискуссиях и различных контрольных мероприятиях по оцениванию фактических результатов обучения, осуществляемых преподавателем, ведущим дисциплину. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины см. ниже.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина – активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость занятий;
- степень усвоения теоретических знаний и уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы, проводимых в рамках семинаров, практических занятий и самостоятельной работы.

Оценивание обучающегося на занятиях осуществляется с использованием нормативных оценок по системе зачет-незачет.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Форма контроля знаний	Вид аттестации	Примечание
проверочные работы в течение	текущая	Ниже приведены перечни

всего курсов		рекомендуемых задач и контрольных вопросов
зачет	итоговая	

Примерный перечень рекомендуемых **контрольных вопросов** для оценки текущего уровня успеваемости студента:

1. Алгоритм Дейкстры для графов с неотрицательными весами ребер.
2. Алгоритм Форда-Беллмана для поиска кратчайших и длиннейших путей в произвольном графе.
3. Поиск в ширину.
4. Задача календарного планирования и алгоритм ее решения за линейное время.
5. Задача линейного программирования о попарных разностях.
6. Детерминированные и недетерминированные машины Тьюринга.
7. Классы P и NP.
8. Полиномиальная сводимость.
9. NP-полные задачи.
10. Задача коммивояжера.
11. Метод ветвей и границ.
12. Гамильтоновы графы.
13. Задача о рюкзаке и о размене монет.

Примерный перечень рекомендуемых **контрольных задач** для оценки текущего уровня успеваемости студента:

1. Найти кратчайшее расстояние между двумя данными вершинами в данном графе с 10 вершинами алгоритмом Дейкстры.
2. Найти цикл отрицательного веса в данном графе с 5 вершинами алгоритмом Форда-Беллмана.
3. Найти минимальное время выполнения проекта с 10 стадиями и заданными ограничениями.
4. Доказать NP-полноту задачи о 3-выполнимости.
5. Доказать полиномиальную сводимость задачи поиска гамильтонова цикла к задаче о 3-выполнимости.
6. Найти оптимальный путь коммивояжера в данном графе с 5 вершинами методом динамического программирования.

Промежуточная аттестация аспирантов. Промежуточная аттестация аспирантов по дисциплине проводится в соответствии с локальным актом ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН – Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации

аспирантов ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме зачета в период зачетно-экзаменационной сессии в соответствии с Графиком учебного процесса по приказу (распоряжению заместителю директора по научной работе). Обучающийся допускается к зачету в случае выполнения аспирантом всех учебных заданий и мероприятий, предусмотренных настоящей программой. В случае наличия учебной задолженности (пропущенных занятий и (или) невыполненных заданий) аспирант отрабатывает пропущенные занятия и выполняет задания.

Оценивание обучающегося на промежуточной аттестации осуществляется с использованием нормативных оценок на зачете – зачет, незачет.

Список вопросов для **итогового зачета**:

1. Кратчайшие пути.
2. Деревья кратчайших путей.
3. Алгоритм Дейкстры для графов с неотрицательными весами ребер.
4. Реализация алгоритма Дейкстры за время $O(E \log_d V)$, где $d = E/V$.
5. Алгоритм Форда-Беллмана для поиска кратчайших и длиннейших путей в произвольном
6. графе.
7. Поиск в ширину и использование очереди при его организации за линейное время.
8. Нахождение кратчайшего пути за линейное время в графах с ребрами единичной длины.
9. Поиск кратчайших и длиннейших
10. путей в ациклических ориентированных графах за линейное время.
11. Задача календарного планирования и алгоритм ее решения за линейное время.
12. Задача линейного программирования о попарных разностях и ее связь с календарным планированием.
13. Детерминированные и недетерминированные машины Тьюринга.
14. Временная сложность вычисления на машинах Тьюринга.
15. Языки и проблема распознавания принадлежности слова данному языку.
16. Классы P и NP. Полиномиальная сводимость. NP-полные задачи.
17. Теорема Кука об NP- полноте задачи выполнимости КНФ.
18. NP-полнота задачи о 3-выполнимости.
19. NP-полнота задач о вершинном покрытии ребер графа, клике, независимом множестве и изоморфизме подграфу.
20. Гамильтоновы графы.
21. Сведение задачи о проверке гамильтоновости к евклидовой задаче коммивояжера.
22. и к приближенной неевклидовой задаче коммивояжера.

Оценивание аспиранта на промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Требования к знаниям и критерии выставления оценок
Незачет	<p>основное содержание учебного материала не раскрыто;</p> <p>допущены грубые ошибки в определении понятий и при использовании терминологии;</p> <p>не даны ответы на дополнительные вопросы.</p>
Зачет	<p>раскрыто содержание материала, даны корректные определения понятий;</p> <p>допускаются незначительные нарушения последовательности изложения;</p> <p>допускаются небольшие неточности при использовании терминов или в логических выводах;</p> <p>при неточностях задаются дополнительные вопросы.</p>

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. МЦНМО, 2014.
2. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М., 2001

Дополнительная литература и Интернет-ресурсы

1. Алексеев В.Е., Таланов В.А. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений. Бином, 2006.
2. Кнут Д. Искусство программирования т.1-4.
3. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: Наука, 1986.
4. Домашняя страница Александра Куликова: Алгоритмы.
<http://logic.pdmi.ras.ru/~kulikov/ru/algorithms>

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для обеспечения интерактивных методов обучения для чтения лекций требуется аудитория с мультимедиа (возможен вариант с интерактивной доской).

Для проведения дискуссий и круглых столов, возможно, использование аудиторий со специальным расположением столов и стульев.

ИСПОЛНИТЕЛИ (разработчики программы):

Яшунский А.Д., ИПМ им. М.В.Келдыша, заведующий сектором, к.ф.-м.н.